Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 5

Задача 1

Дано:

$h = 40$ м

$a_{\tau 2} = 0{,}75 \cdot a_2$

$v_0 - ?$

Заметим, что в изменение скорости вносит только тангенциальное ускорение:

$|a_{\tau 2}| = \frac{|\Delta v|}{t}$, где t - время полёта

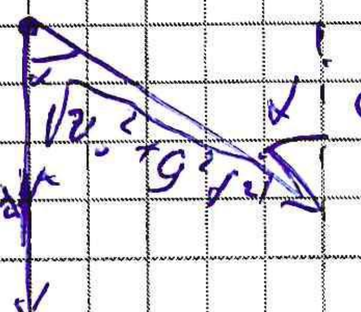
$|a_{\tau 2}| = \frac{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} - v_0}{t}$

При тех. $h = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1)

в конечной точке:

$a_2 = g \cos\alpha$, где α - угол между $\vec{g}$ и вектором скорости

$\cos\alpha = \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}$



В итоге:

$$\frac{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} - v_0}{t} = g \cdot \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} \cdot 0{,}75$$

$$0{,}75\, g^2 t^2 = v_0^2 + g^2 t^2 - v_0 \cdot \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

Подставив (1):

$$0{,}75 \cdot g \cdot 2h = v_0^2 + 2gh - v_0 \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$v_0 \sqrt{v_0^2 + 2gh} = v_0^2 + 0{,}5gh \rightarrow$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задание 7 (Продолжение)

$$v_0^2(v_0^2+2gh) = v_0^4 + v_0^2 \cdot gh + 0{,}25 \cdot g^2h^2$$

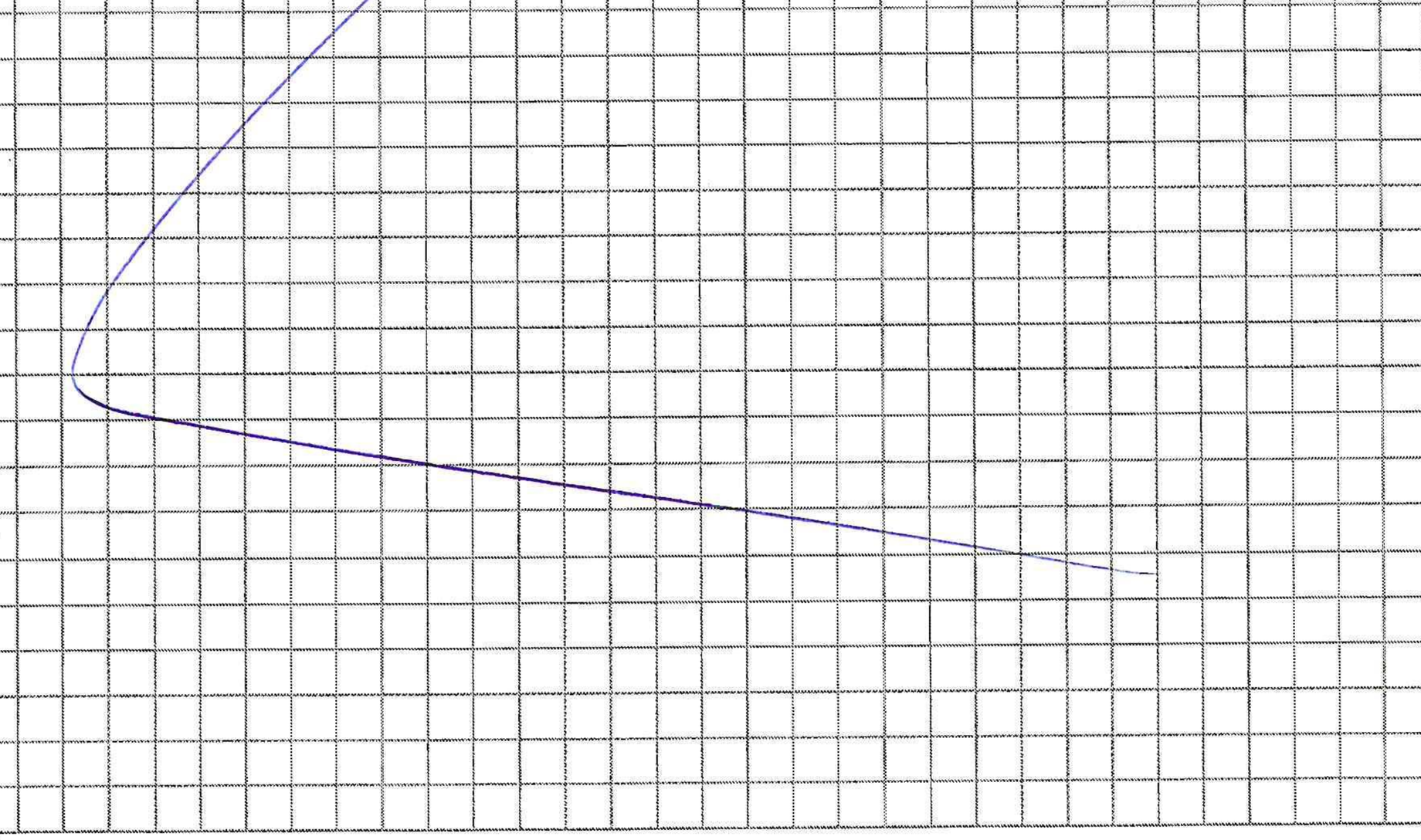
$$2v_0^2gh = v_0^2gh + 0{,}25g^2h^2$$

$$v_0^2gh = 0{,}25g^2h^2$$

$$v_0^2 = 0{,}25gh$$

$$v_0 = \sqrt{0{,}25 \cdot g \cdot h} = \sqrt{0{,}25 \cdot 10 \cdot 40} = 10 \frac{м}{с}$$

Ответ: $10 \frac{м}{с} = v_0$



Вариант задания 1

Задание 2

Дано:

$V = 0{,}005\ м^3$

H_2O, $T = const$

$p = 10^5\ Па$

$\Delta m = 3{,}55 \cdot 10^{-3}\ кг$

$p_к = 5 \cdot 10^3\ Па$

$m_0 - ?$

Замечаем, что если у нас есть вода в жидком виде, то давление не может превышать давление насыщенного пара

Пусть в сосуде нет воды, тогда:

$$\left.\begin{aligned} pV &= \frac{m_0}{\mu} RT \\ p_2 V &= \frac{m_0 - \Delta m}{\mu} RT \end{aligned}\right\} \rightarrow 2m_0 - 2\Delta m = m_0$$

$$m_0 = 2\Delta m = 7{,}1\ г$$

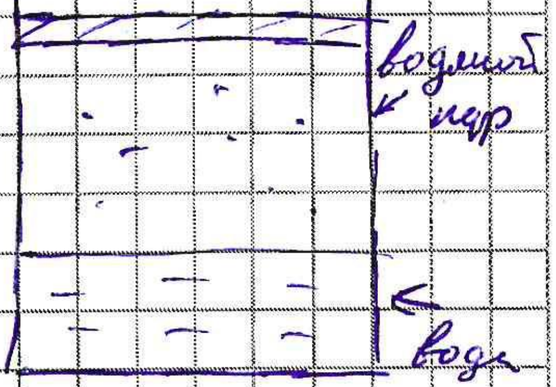
Тогда ~~если в сосуде есть вода~~

$$T = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 18}{7{,}1 \cdot 2{,}3} \approx 153\ K$$ - давление насыщенного пара при этой температуре много меньше p

Значит воды и правда нет.

Значит $\nu = \frac{2\Delta m}{18} = \frac{7{,}1}{18} \approx 0{,}4$ моль

Ответ: $m = 7{,}1\ г$; $\nu \approx 0{,}4$ моль.



Задание 3

Заметим, что когда мы находимся ~~на~~ на какой-либо глубине h верхние слои земли, представляют собой сферы и их суммарная сила действия – 0 (как равнодействующая земная сфера).

Тогда когда мы находимся на глубине h на нас действует сила:

$F = \frac{G \cdot M \cdot m}{(R-h)^2}$ $G \cdot \frac{m}{(R-h)^2} \cdot \frac{4}{3}\pi (R-h)^3 \cdot \rho =$

$= \frac{4}{3} G \, m (R-h) \cdot \rho \cdot \pi$, где G – гравитационная постоянная

ρ – плотность материала

m – масса тела

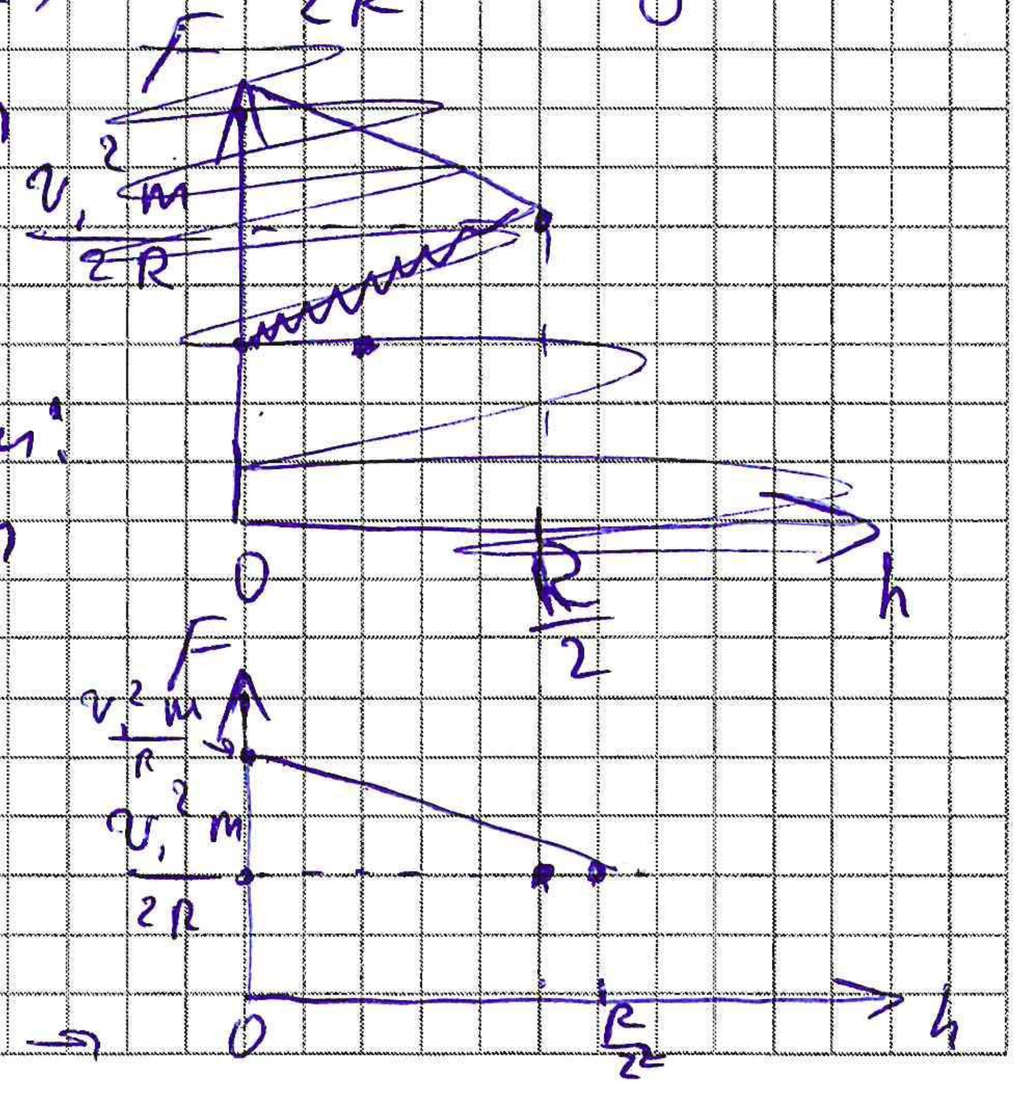
При $h = 0$: $v_1^2 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$v_1^2 = G \cdot \frac{4}{3}\pi R^2 \cdot \rho \Rightarrow G \frac{4}{3}\pi\rho = \frac{v_1^2}{R^2}$, тогда

$F = \frac{v_1^2}{R^2}(R-h) \cdot m$

Заметим, что с погружением сила возрастает линейно от $\frac{v_1^2}{R^2} \cdot (R - \frac{R}{2}) \cdot m = \frac{v_1^2}{2R} \cdot m$ до

$\frac{v_1^2}{R^2} \cdot (R-0) \cdot m = \frac{v_1^2}{R} \cdot m$



Работу можно найти как площадь под графиком:

$A = \frac{0{,}75 \cdot v_1^2 m}{R} \cdot \frac{R}{2} = 0{,}375 \, v_1^2 m$

2) Работа на подъёме к поверхности ~~земли~~

Найдем работу при подъёме с поверхности земли на $\frac{R}{2}$:

alymp.bmstu.ru

Задание 3 (Продолжение)

Тогда

З.(.): $\frac{mv_0^2}{2} = 0{,}375\,v_1^2 m + m\frac{R}{2}\cdot\frac{GM}{R^2}$

$v_0^2 = 0{,}75\,v_1^2 + \frac{GM}{2R}$

Но $\frac{GM}{R} = v_1^2$

Тогда

$v_0^2 = 0{,}75\,v_1^2 + 0{,}5\,v_1^2 = 1{,}25\,v_1^2$

$v_0 = \sqrt{1{,}25\,v_1^2} = 360\cdot\sqrt{1{,}25} \approx 402{,}5\ \frac{м}{с}$

Ответ: $v_{0\,min} \approx 402{,}5\ \frac{м}{с}$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Дано: Задание 4

1) L; S | Замечание

2) $2L$; S | во время подъема

3) $4L$; $\frac{S}{5}$ | палочки тяжи см

h - ? | будут сохранять

соприкасаться (можно ещё)

Потому соотношение моментов сил которые

когда будет одинаково, потянут угол в пределах

Заметим что $L \cdot S \cdot 5\rho > 2L \cdot S \cdot \rho > 4L \cdot S \cdot \frac{\rho}{5}$

Значит будет подниматься третий участок

Запишем моменты (61 см) для точки О (опоры)

$\cos\alpha F_{apx} \cdot \frac{3L}{2} = \cos\alpha 7L \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{3L}{2} = \cos\alpha 24{,}5 \rho L^2 S \cos\alpha$

$\cos\alpha 5\rho S L \cdot \frac{2}{\cos\alpha} = 2{,}5 \rho L^2 S$ (Момент для 1 палки)

$\cos\alpha \rho \cdot S \cdot 2L \cdot 2L = 4\rho S L^2 \cos\alpha$ (Момент для 2 палки)

$\frac{\rho}{5} \cdot S \cdot 5L \cdot 4L \cos\alpha = 4\rho S L^2 \cos\alpha$ (для третьей палки)

Момент силы Архимеда должен тем сумм.

моментов сил тяжести $\Rightarrow$ Труба начнет

подниматься со дна когда она выйдет из воды

на $\frac{h}{2}$ участок перестанет действовать F_A, тогда:

$\cos\alpha h \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{h}{2}$ - момент силы архимеда, когда труба

$\cos\alpha h \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{h}{2} = 2{,}5 \rho L^2 S \cdot \cos\alpha + 2 \cdot 4 \cdot \rho \cdot S \cdot L^2$ выйдет из воды

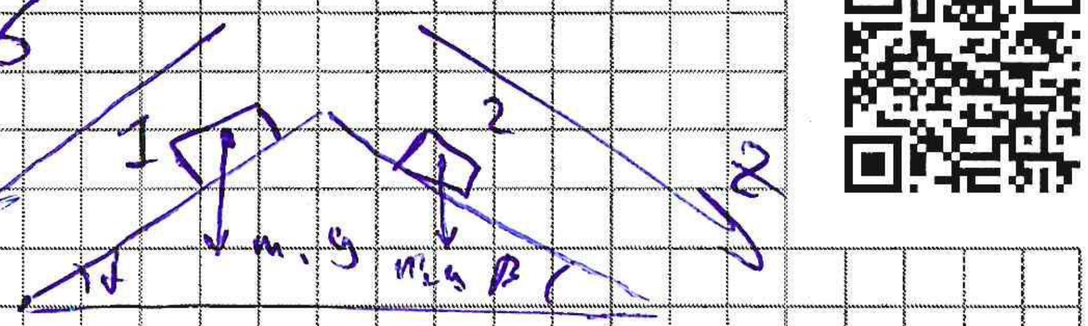
$\frac{h^2}{2} = 10{,}5 L^2 \Rightarrow h = \sqrt{21 L^2} = L \cdot \sqrt{21} \approx 4{,}6 L$

Ответ: $h = \sqrt{21} L \approx 4{,}6 L$

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задание 6

Дано:
$\alpha = 30°$
$\beta = 45°$
$m_1 = m$
$m_2 - ?$



Введем ОХ ОУ ОZ, как на рисунке

$\vec{II}_2$ Н: ОУ: $m_1 a_1 = m_1 g \sin\alpha$
ОZ: $m_2 a_2 = m_2 g \sin\beta$

$a_1 = g \sin\alpha$
$a_2 = g \sin\beta$

$\vec{II}_3$ Н в импульсной форме для всей системы

на ОХ:

$\Delta p_x = F_{вн_x} \cdot \Delta t$, но $F_{вн_x} = 0 \Rightarrow$

$\Delta p_x = 0$

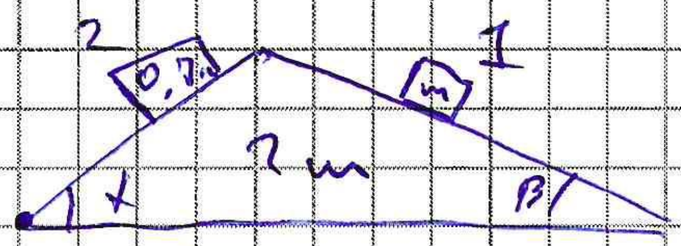
$p_{н_1} = 0$
$p_{н_2} = 0$

Откуда получаем:

$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 g \sin\alpha \cdot \Delta t = m_2 g \sin\beta \cdot \Delta t$

$m_2 = \frac{m_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = m \cdot \frac{\sin 30°}{\sin 45°} \approx 0{,}7m$

После того как тележки сместились:



$\vec{II}_3$ Н в импульсной форме для всей системы ОХ:

$\Delta p_x = F_{вн_x} \cdot \Delta t$, $F_{вн_x} = 0 \Rightarrow$

$\Delta p_x = 0$

Предположим, что горка будет двигаться вправо, тогда т.к. начальные импульсы равны 0:

$p_2 = p_c + p_1$

$0{,}7 m_2 g \sin\alpha \Delta t = 2ma\Delta t + mg\sin\beta \cdot \Delta t$

$0{,}7 g \sin\alpha = 2a + g\sin\beta$

$a = \frac{0{,}7\sin\alpha - \sin\beta}{2} \cdot g \approx -1{,}7 \frac{м}{с^2}$

alymp.bmstu.ru

Задание 6 (Продолжение)

То, что ускорение получилось отрицательным значит, что направление выбрано неверно → вверх

Ответ: $m_2 \approx 0{,}7$ кг; вверх, $|a| \approx 1{,}7 \frac{м}{с^2}$

Задание 5

~~Заметим что~~ т.к. $\eta = \frac{A}{Q_н}$, заметим, что $Q_н(a-b-c-a) = Q_н(a-b-c-d-a)$ т.к. на участках c-a и c-d ~~a~~ а тепло не подводится, а значит

$$\frac{\eta(a-b-c-d-a)}{\eta(a-b-c-a)} = \frac{A(abcda)}{A(abca)}$$

Но работу легко найти как площадь фигуры, тогда:

$$\frac{A(abcda)}{A(abca)} = \frac{d^2}{\frac{\pi a^2}{4}} = \frac{4}{\pi} \approx 1{,}3 \quad (2ad = bc - ba)$$

Значит $\eta(a-b-c-d-a) \approx 1{,}3 \cdot \eta(a-b-c-a) = 1{,}3 \cdot$ ~~2~~

где $(a-b-c-a) = \frac{A}{Q_н}$,

$Q_н = Q(a-b) + Q(b-c)$

$Q(a-b) = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ ~~$V_a \cdot \Delta p$~~ (т.к. процесс изохорный)

$Q(b-c) = \frac{5}{2} \cdot p_b \cdot \Delta V_b$

$$\eta = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot \Delta V \cdot \Delta p}{1{,}5 V_a \cdot \Delta p + 2{,}5 p_b \Delta V} = \frac{\pi}{4 \cdot \left(1{,}5 \frac{V_a}{\Delta V} + 2{,}5 \frac{p_b}{\Delta p}\right)} =$$

$$= \frac{\pi}{4 \cdot \left(1{,}5 \left(\frac{V_a}{V_b - V_a}\right) + 2{,}5 \cdot \left(\frac{p_b}{p_b - p_a}\right)\right)}$$

Задание 5 (Продолжение)

Для того, чтобы η был максимальным нужно, чтобы

$$4 \cdot \left(1{,}5 \cdot \frac{V_a}{V_b - V_a} + 2{,}5 \cdot \frac{p_b}{p_b - p_a}\right) - \min.$$

Заметим, что V_a и p_a может быть равно 0.

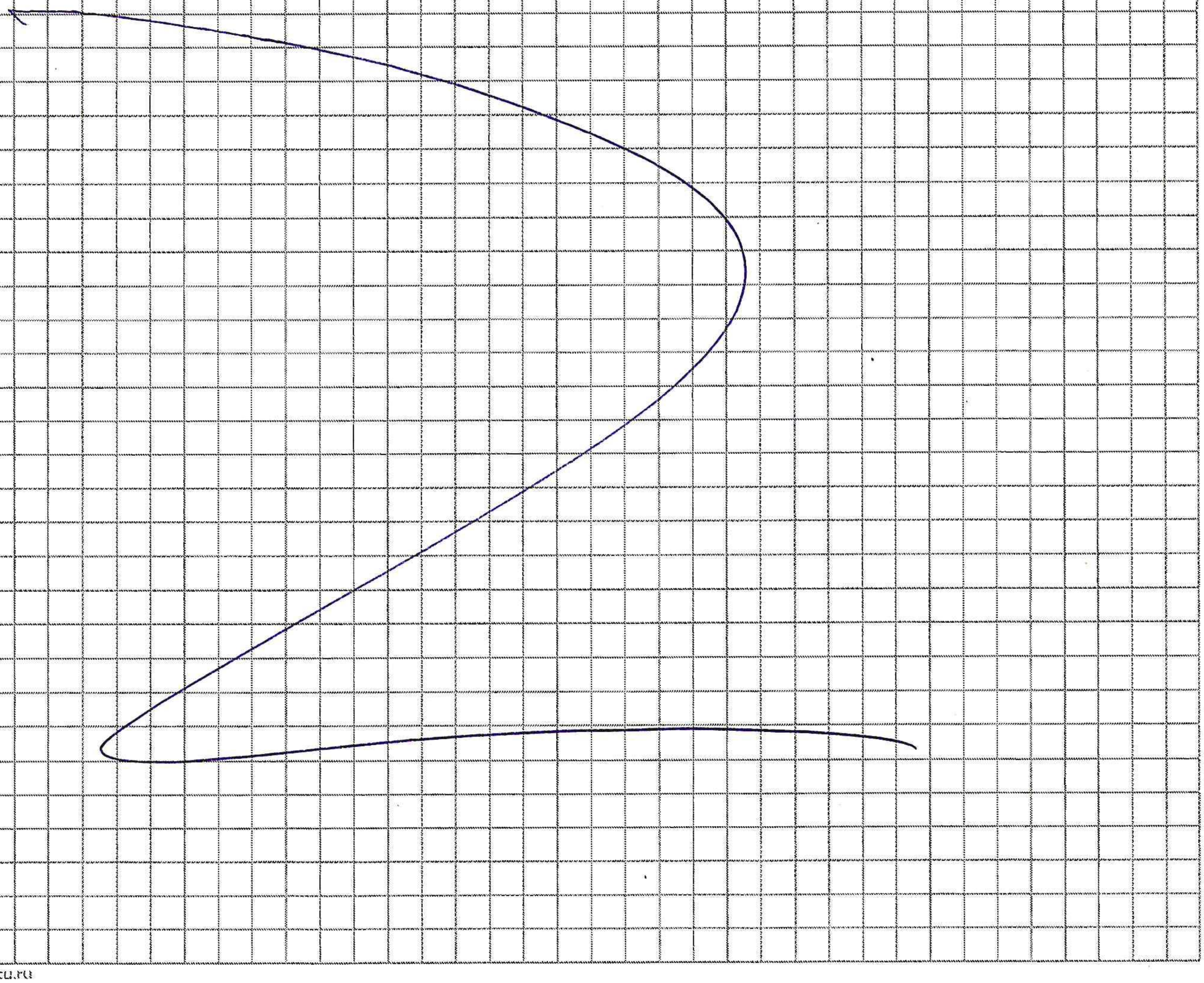
А $p_b \neq 0$, тогда минимально будет:

$$4 \cdot \left(1{,}5 \cdot 0 + 2{,}5 \cdot \frac{p_b}{p_b - 0}\right) = 4 \cdot 3{,}5 = 10$$

Тогда $\eta_{max} = \frac{\eta}{10} \approx 0{,}31$

Ответ: $\eta(a-b-c-d-a) = 13\%$

$\eta(a-b-c-d)_{max} \approx 0{,}31$



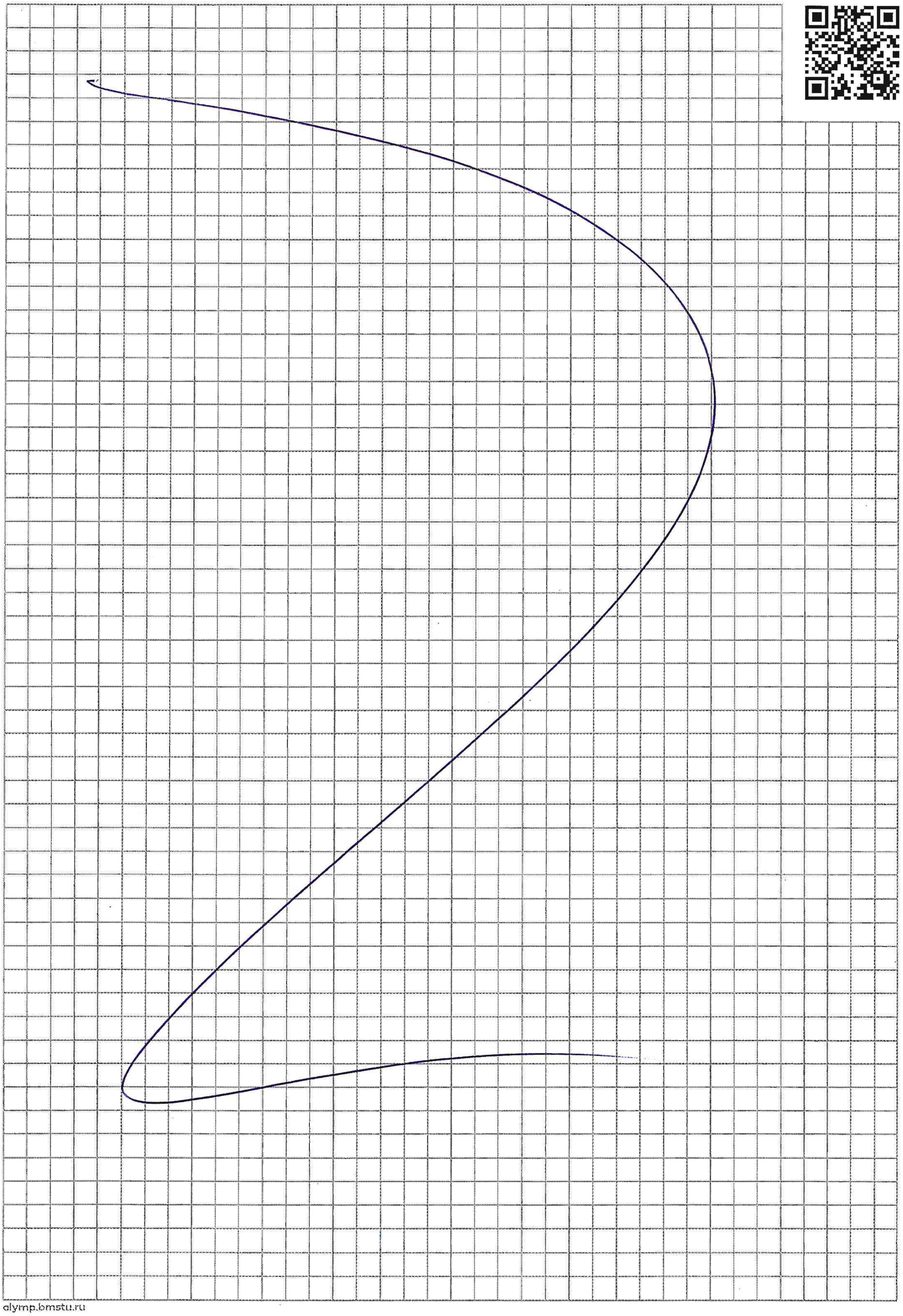
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Лист работы ____ из ____

Можно использовать оборот листа для записи решений



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

